الجمهورية الجزائرية الديمقر اطية الشعبية LA REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

UNIVERSITÉ SAÂD DAHLEB DE BLIDA

Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Département d'Électronique



Projet de fin d'études pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en Électronique (option : communication)

<u>Thème :</u>

Développement de méthodes de modélisation sonore pour l'étude acoustique des salles

Présenté par :

<u>Dirigé par :</u>

ABIDAT Zaki Nabil MERADJI Zahra **CHENTIR** Amina

CM : 07 Juin 2005

Nous dédions ce modeste travail à nos parents, et nous tenons à remercier notre promotrice ainsi que tous ceux qui nous ont aidés de près ou de loin à le faire.

بسو الله الرحمان الرحيم

ملخص:

الهدف من هذا العمل هو دراسة مختلف أساليب استخراج النماذج الرياضية لبيئة صوتية. سنحاول خلال هذا البحث المتواضع أن نقدر الدالة التحويلية (أو الجواب النبضي) لقاعة ما. لهذا الغرض سندرس بالتفصيل طريقتين مختلفتين: الأولى تعتمد على مفاهيم نظرية لعلم الهندسة المعمارية للصوتيات، أما الثانية فتعتمد أكثر على التجربة و التجريب.

Abstract:

The purpose of this work is to study the different methods of modeling an acoustical environment. We'll try through this modest research to evaluate the transfer function (or the impulse response) of a room. For that, we'll examine in details two different methods: the first one is based on theoretical notions of architectural acoustics science, on the other hand the second one is based on experiences and simulations.

<u>Résumé :</u>

Le but de ce travail est l'étude des différentes méthodes de modélisation de l'environnement sonore. Nous tenterons à travers notre modeste recherche d'évaluer la fonction de transfert (ou la réponse impulsionnelle) d'une salle. Pour cela nous étudierons en détails deux méthodes différentes : l'une se basant plus sur la théorie de l'acoustique architecturale que sur la pratique, l'autre au contraire ferra plus appel à des expériences et à des simulations.

Sommaire :

Introduction	1
I)- Acoustique fondamentale	2
 1- Définitions. 1.1- L'acoustique 1.2- Les ondes sonores. 1.3- La vitesse du son 1.4- La vitesse vibratoire 1.5- La pression acoustique 1.6- L'intensité sonore 1.7- L'impédance acoustique. 	2 2 2 2 3 3 4
 2- Acoustique unidimensionnelle	4 4 5 6 6
II)- Acoustique tridimensionnelle	8
 1- Définitions 1.1- Longueurs d'ondes et dimensions des obstacles 1.2- Facteur de réflexion, coefficient de réflexion, coefficient d'absorption 1.3- Impédance acoustique d'une paroi 	8 8 8 9
 2- Acoustique architecturale	0 0 1 1 1 2 2 3 4

III)- Identifications des fonctions de transferts	18
1- Introduction	18
2- Identification par modèle MA	19
3- Identification par modèle ARMA	19
 4- Le modèle ARMA à pôles acoustiques communs	20 20 24 24 25 26 28
 5- La simulation par bandes de frequences. 5.1- Introduction	29 29 30 31 32 32 32 33 33 39 39
IV)- Simulations	40
1- Préambule	40
2- Les signaux utilisés	40
3- Identification par modèle ARMA à pôles acoustiques communs	42
4- L'identification / simulation pas bandes de fréquences	45
V)- Conclusion	48
Annexes. - Le laplacien	50 50

- Les transformées en cosinus discrètes	52
- La transformée de Hilbert	53
- Définition d'un DAT	53
- Définition d'une salle anéchoïque	53
- L'organigramme de l'identification par le modèle ARMA à pôles acoustiques	51
- L'organigramme de l'identification / simulation par bandes de fréquences	55

- Biographies	8
---------------	---

Bibliographie.

Introduction

Dans ce modeste travail, nous aborderons le problème de la modélisation des fonctions de transferts (FT) d'une salle acoustique quelconque, et tout particulièrement une salle parallélépipédique.

La modélisation des FT trouve son application surtout dans le domaine des dispositifs d'éliminations d'échos, ou plus généralement des dispositifs d' "égalisation" (traduction du mot anglais : "*equalization*") des salles.

En considérant une salle acoustique comme un système d'Entrées / Sorties (E/S), les entrées étant des sources sonores (haut-parleurs, instruments de musiques, locuteur, ...), et les sorties des récepteurs (oreilles, microphones, ...); on peut représenter la relation d'E/S entre une source donnée et un récepteur donné par une FT qui caractérisera la salle acoustique entre <u>cette</u> source et <u>ce</u> récepteur <u>seulement</u>; car la FT dépend des positions du récepteur et de la source, et des positions différentes conduiront à une FT différente, à certains coefficients près comme nous le verrons ultérieurement.

Donc actuellement il n'est pas possible d'imaginer une façon de représenter toute l'acoustique d'une salle par une seule FT dans la mesure où chaque point de la salle peut devenir un récepteur ou une source; c'est pourquoi nous présenterons une manière d'interpoler ou d'extrapoler des FT entre des sources et des récepteurs connaissant les FT entre des points de positions déterminées.

Dans un premier temps nous allons décrire les principales lois régissant l'acoustique, puis nous aborderons le domaine de l'acoustique architecturale, et enfin la modélisation des FT par deux méthodes récentes.

I)- Acoustique fondamentale

1- Définitions : [L1, L2]

1.1- L'acoustique :

L'acoustique est la science qui étudie la production, la propagation, la réception et les effets des ondes sonores, infrasonores et ultrasonores. Elle recouvre une multitude de disciplines diverses, dont l'élément commun est l'étude des sons (et/ou des "bruits") : acoustique architecturale, acoustique statistiques, acoustique ondulatoire...

1.2- Les ondes sonores :

Du point de vue physique une onde sonore est une propagation d'ondes de pressions dans un milieu élastique (liquide ou gaz), ou plus généralement un ébranlement élastique dans un milieu quelconque.

Ce milieu de propagation est capable de reprendre son état initial naturel après avoir subi les déformations relatives à une contrainte temporaire; ces déformations doivent être petites par rapport aux dimensions du corps, et les contraintes doivent être assez faibles pour ne pas dépasser le domaine élastique, car des contraintes trop fortes et des déformations importantes conduiraient après suppression des contraintes à des déformations permanentes non réversibles.

Le milieu élastique peut être considéré comme l'ensemble de particules ayant une masse, une compressibilité, et de ce fait par leur contact avec les voisines, des liaisons élastiques qui leur permettent de se déplacer de leur position moyenne. Si une particule est déplacée, elle déplace à son tour les voisines par suite des liaisons élastiques; la perturbation initiale se propage et le mouvement de chaque particule entraînée possède les principales caractéristiques du mouvement initiale, avec un retard proportionnel à son éloignement de la source.

Cependant au cours du mouvement les amplitudes de déplacement, les vitesses et les accélérations, varieront en fonction des phénomènes de propagation (amortissement, dispersion, ...).

1.3- La Vitesse du son :

Une propagation transporte d'un point à un autre, avec un certain délai, l'état vibratoire, elle a donc une vitesse de phase ou une célérité, et aussi une vitesse de groupe, mais en acoustique classique ces deux vitesses sont égales.

La vitesse du son ne dépend que des caractéristiques élastiques et de la température absolue du milieu, donc elle ne dépend ni des fréquences, ni des pressions, ni des intensités sonores. Elle est <u>constante</u> dans la mesure où le matériau est homogène.

Ci-dessous quelques valeurs de célérité sonore pour quelques milieux :

- Dans l'air :

$$c_0 \approx 20\sqrt{T_a}$$
 (Eq. 1.1)

 T_a : représente la température absolue en [° K] (température en ° C + 273,15).

 c_0 : représente la célérité en [m/s].

A 0° C : $c_0 = 330,45$ m/s; à 20° C : $c_0 = 342,35$ m/s; à 100° C : $c_0 = 386,25$ m/s.

- Dans les métaux : Aluminium : $c_0 = 5200$ m/s; Acier : $c_0 = 5100$ m/s; Bronze : $c_0 = 3000$ m/s.

- Dans l'eau : $c_0 = 1410 \text{ m/s}.$

- Dans le bois : Bois blanc : $c_0 = 4200$ m/s; Bois dur : $c_0 = 3500$ m/s.

1.4- La vitesse vibratoire :

Les molécules du milieu sont agitées d'une vitesse vibratoire fluctuante $\vec{u}(t)$, de valeur très petite par rapport à la célérité du milieu.

Cette vitesse $\vec{u}(t)$ ayant une valeur moyenne nulle, on considère sa valeur efficace (ou valeur quadratique moyenne):

$$u_e = \sqrt{u^2(t)} \tag{Eq. 1.2}$$

1.5- La pression sonore :

Les sources sonores produisent en chaque point de l'espace une pression instantanée fluctuante p(t), représentant les fluctuations de la source, cette pression s'ajoute à la pression atmosphérique (ambiante), mais est de valeur très petite par rapport à elle.

Ayant une valeur moyenne nulle, on considère sa valeur efficace (ou valeur quadratique moyenne), qu'on appelle *pression acoustique* :

$$p_e = \sqrt{p^2(t)}$$
(Eq. 1.3)

1.6- L'intensité sonore :

L'intensité sonore ou le flux d'énergie transporté par unité de surface est la moyenne du produit de la pression sonore et de la vitesse ondulatoire, prise sur un temps plus long que les périodes de leurs fluctuations; elle est exprimée en $[W/m^2]$.

$$I = \overline{p.u}$$
(Eq. 1.4)

- Si φ est la différence de phase entre p et u, on peut aussi écrire :

$$I = p_e . u_e . \cos \varphi \tag{Eq. 1.5}$$

1.7- L'impédance acoustique :

L'impédance acoustique (spécifique) est définie comme étant le rapport entre les valeurs instantanées de la pression et de la vitesse en un point, ce rapport dépend du milieu de propagation et de ses limites; sa dimension est [Kg/m².s] ou [N.s/m³].

$$Z = \frac{p}{u} = R + j.X = |Z|.e^{j\varphi}$$
(Eq. 1.6)

2- Acoustique unidimensionnelle : [L1, L2, M1]

2.1- Préambule :

Afin de bien comprendre les propriétés inhérentes à la propagation des sons, nous présenterons ci-dessous le cas d'un système acoustique unidimensionnel simple (dans notre cas le piston semi infini) et sans pertes, avant d'aborder le cas tridimensionnel dans le prochain chapitre.

2.2- Le piston :

Considérons un tube rempli d'un fluide (par exemple l'air), de longueur semi infinie et comportant un piston mobile à l'une de ses extrémités (l'autre extrémité étant infinie).

Supposons que le piston initialement au repos soit quasi instantanément animé d'une vitesse \vec{u} (Fig. 1.1 [M1]). Le fluide au niveau du piston est comprimé et sa pression augmente, ce qui crée une perturbation qui va se transmettre progressivement à tout le fluide contenu dans le piston avec une célérité c_0 , la perturbation créée a aussi pour effet de mettre ponctuellement le fluide en mouvement et ceci s'accompagne d'une variation de la pression du fluide se propageant selon la direction de propagation de la perturbation (l'axe du piston).

Supposons que notre piston soit animé d'un mouvement sinusoïdal de période T et qu'à l'instant t = 0, il se trouve en mouvement à sa vitesse maximale vers l'avant. Le piston crée dans ces conditions une augmentation de la pression du fluide à son contact qui s'avère être proportionnelle à sa vitesse. A mesure que le piston avance sa vitesse diminue et la pression du fluide à son environnement diminue semblablement. Pendant ce temps la perturbation initiale se propage dans le tube à la vitesse du son et reproduit le long du tube les phénomènes de variation de pression ayant lieu au niveau du piston, mais avec un certain retard.



Donc l'expression de la pression en fonction du temps (t) et l'abscisse (x) le long du tube est de la forme :

$$p(x,t) = A.\cos(\omega t - k.x) = A.\cos\left(\omega \left[t - \frac{x}{c_0}\right]\right)$$
(Eq. 1.7)

A : une constante qui dépendant des conditions initiales.

$$\omega$$
 : représente la pulsation, $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

k : représente la constante de propagation, $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c_0}$.

2.3- Équation d'ondes :

L'équation que nous venons de trouver de manière empirique (Eq. 1.7) caractérise les variations de la pression du tube sous l'effet d'un mouvement harmonique appliqué au piston, elle se démontre facilement en résolvant l'équation d'ondes à laquelle obéit le fluide.

Pour de petites variations de pression (p), de masse volumique (ρ) et de vitesse ondulatoire (u), devant les paramètres ambiants, l'équation d'ondes unidimensionnelle est :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \left(\frac{1}{c_0^2}\right) \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$
 (Eq. 1.8)

- Les solutions de cette équation ont deux formes :

$$p(x, t) = f(t - \frac{x}{c_0})$$
 régissant les ondes voyageant dans le sens des x > 0.
 $p(x, t) = g(t + \frac{x}{c_0})$ régissant les ondes voyageant dans le sens des x < 0.

Dans le cas particulier d'un régime harmonique, comme étudié précédemment, l'équation d'ondes (Eq. 1.8) peut s'écrire :

$$\frac{d^2 p(x)}{dx^2} + k^2 . p(x) = 0$$
 (Eq. 1.9)

Cette équation traduit les variations spatiales de la pression, c'est l'équation d' Helmholtz unidimensionnelle.

2.4- Propriétés de l'équation d'ondes :

Nous remarquons que l'équation d'ondes (Eq. 1.8) satisfait le principe de linéarité, car elle ne comporte aucun terme non linéaire, donc si deux champs de pression satisfont l'équation d'ondes, leur somme est aussi solution de l'équation d'ondes. En d'autres termes, deux champs sonores intervenant ensembles dans un même espace se superposent sans effet de distorsion l'un sur l'autre; et la variation de pression en un instant et en une position donnés est la somme des variations de pression dues à chacun des deux champs sonores, c'est le phénomène de *superposition*.

Dans le domaine de l'acoustique des salles ce principe est toujours valable, car les variables de pression (p), de masse volumique (ρ) et de vitesse ondulatoire (u) subissent de petites variations devant les paramètres ambiants.

2.5- Ondes stationnaires, fréquences et modes propres :

Considérons que le tube de la figure (Fig. 1.1) est maintenant fini et soit L sa longueur. Nous aurons maintenant un phénomène d'ondes stationnaires, et la solution de l'équation d'ondes (une excitation harmonique) est dans ce cas la superposition d'une onde plane se propageant dans le sens des x positifs et d'une autre se propageant dans le sens des x négatifs. Soit une pression spatiale de la forme :

$$p(x) = A.e^{-j.k.x} + B.e^{+j.k.x}$$
 (Eq. 1.10)

Où A et B représentent les deux amplitudes complexes des deux ondes, incidente et réfléchie. En utilisant les conditions aux limites et l'équation de conservation du moment $(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = 0)$, on trouve :

$$p(x) = \frac{-j.\rho_0.c_0.U.\cos[k(L-x)]}{\sin(kL)}$$
 (Eq. 1.11)

Et:

$$u(x) = \frac{U.\sin[k(L-x)]}{\sin(kL)}$$
(Eq. 1.12)

U : représente l'amplitude de la vitesse accordée au piston.

 ρ_0 : représente la masse volumique du fluide.

De ces deux dernières équations nous pouvons remarquer que la pression et la vitesse deviennent (théoriquement) infinies, pour des nombres d'ondes tel que :

$$k_n = n.\frac{\pi}{L} \tag{Eq. 1.13}$$

Ou autrement écrit :

$$L = n.\frac{\lambda}{2}$$
(Eq. 1.14)

Où *n* représente un nombre entier positif.

Ces fréquences particulières sont appelées *les fréquences naturelles* ou *les fréquences propres* ou encore *les fréquences de résonances* du fluide, les anglo-saxons les appellent "*eigenfrequencies*". A ces fréquences propres, la pression varie selon : $\cos\left[\frac{n\pi}{L}(L-x)\right]$, ces modes particuliers de variations sont appelés *les modes propres* ou *modes résonants*.

II)- Acoustique tridimensionnelle

1- Définitions : [L1, L2]

1.1- Longueurs d'ondes et dimensions des obstacles :

Lorsque les dimensions d'un obstacle sont très grandes devant la longueur d'onde une partie de l'énergie incidente est réfléchie, c'est le phénomène de *réflexion*. Alors que lorsque les dimensions d'un obstacle sont très petites devant la longueur d'onde, l'onde ne "voit" pas l'obstacle.

1.2- Facteur de réflexion, coefficient de réflexion, coefficient d'absorption :

Lorsqu'une onde sonore plane percute une paroi (onde incidente), seule une partie de son énergie est réfléchie. L'onde réfléchie est de même fréquence que l'onde incidente, son amplitude est légèrement inférieure à celle de l'onde incidente, et sa phase peut être différente de celle de l'onde incidente.

La superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie au voisinage de la paroi donne naissance à une onde quasi-stationnaire : les amplitudes de pressions aux quasi-nœuds sont minimales (mais non nulles), et celles aux quasi-ventres sont maximales sans être égales à celles que produirait une onde stationnaire formée de deux ondes de même fréquence et de même amplitude (une amplitude double).

L'énergie de l'onde incidente non réfléchie est absorbée par le milieu situé au-delà de la surface de réflexion, dans lequel elle se propagera.

Si p_i et p_r sont les pressions des ondes incidentes et réfléchies, le facteur de réflexion est un nombre complexe qui dépend de la fréquence et de l'angle d'incidence de l'onde incidente, il est définie par :

$$R = \frac{p_r}{p_i}$$
(Eq. 2.1)

Le coefficient de réflexion est un nombre réel qui exprime le rapport entre l'énergie incidente et l'énergie réfléchie :

$$\beta = \frac{p_r^2}{p_i^2} = R^2$$
 (Eq. 2.2)

Le coefficient d'absorption exprime lui, le rapport de l'énergie transmise à l'énergie incidente, il est exprimé comme suit :

$$\alpha = 1 - \beta \tag{Eq. 2.3}$$

Mais comme l'énergie non absorbée est constituée d'une partie dissipée sous forme de chaleur et d'une autre partie transmise par l'onde transmise (ou réfractée), on peut donc écrire le coefficient d'absorption comme la somme d'un coefficient de dissipation δ et d'un coefficient de transmission τ :

$$\alpha = \delta + \tau \tag{Eq. 2.4}$$

Ci-dessous quelques valeurs de coefficients d'absorption pour quelques milieux :

- Dans le plâtre : $\alpha = 0,04$.
- Dans le bois : $\alpha = 0,1$.
- Un tapis : $\alpha = 0,2$.

1.3- Impédance acoustique d'une paroi :

L'impédance acoustique d'une paroi est un nombre complexe, qui comme le facteur de réflexion dépend de la fréquence et de l'angle d'incidence de l'onde incidente, elle est définie par :

$$Z = \frac{p}{v_{n,surface}}$$
(Eq. 2.5)

p : représente la pression acoustique à la surface de la paroi.

 $v_{n,surface}$: représente la composante de la vitesse normale à la paroi.

Il existe une relation simple entre le facteur de réflexion et l'impédance acoustique d'une paroi :

$$Z_{spe} = \frac{Z}{\rho_0.c_0} = \frac{1}{\cos(\theta)} \cdot \frac{1+R}{1-R}$$
 (Eq. 2.6)

- Z_{spe} : représente l'impédance acoustique spécifique, elle est plus utilisée en pratique que l'impédance acoustique.
- $\rho_0 c_0$: représente l'impédance caractéristique du milieu ambiant.
- θ : représente l'angle d'incidence.

2- Acoustique architecturale :

2.1- Préambule :

Le premier chapitre nous a permis de poser quelques notions d'acoustique unidimensionnelle en nous appuyant sur l'exemple simple d'un piston. Nous allons désormais nous intéresser à l'acoustique des espaces clos afin de mettre en évidence les notions dont nous aurons besoin pour établir les FT de salles.

Nous développerons le cas des enceintes parallélépipédiques dont les caractéristiques fréquentielles sont bien déterminées par la théorie, la résolution de l'équation des ondes demeure assez simple dans ce cas particulier. Les résultats théoriques obtenus pour ces salles nous permettrons de valider nos méthodes d'identification de FT.

2.2- Équation des ondes :

Considérons un domaine fermé Ω tridimensionnel dont la frontière σ est composée de portions de surface infiniment différentiables, *n* désignera en tout point de la frontière la normale à σ , définie partout sauf dans les arêtes. A l'intérieur du domaine Ω se trouvent des sources sonores produisant une propagation acoustique dans le fluide contenu dans Ω et de caractéristiques ρ_0 et c_0 , ces sources sont caractérisées par une fonction F(M, t) dépendant à la fois des points M de l'espace et du temps *t*.

La pression acoustique p(M, t) générée en tout points M de Ω et à l'instant t vérifie cette équation d'ondes [M1] :

$$\left| \begin{pmatrix} \Delta - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \end{pmatrix} p(M, t) = F(M, t) \quad \text{pour } t \in \left] - \infty, + \infty \right[$$

$$p(M, t) = \frac{\partial p(M, t)}{\partial t} = 0 \quad \text{pour } t < t_0$$
(Eq. 2.7)

 Δ : désigne le laplacien (*voir Annexes*).

t₀ : désigne l'instant de naissance du mouvement des sources F(M, t).

Comme pour le cas unidimensionnel du piston, nous nous proposons d'étudier ce que devient l'équation des ondes en régime harmonique (c'est-à-dire lorsque les phénomènes acoustiques, sous l'effet d'excitations harmoniques, dépendent sinusoïdalement du temps) et donc de généraliser l'équation d'Helmholtz (Eq. 1.9) au cas tridimensionnel.

Supposons donc que la source F(M, t) est animée d'un mouvement sinusoïdal complexe, la pression p(M, t) et la vitesse u(M, t) sont aussi des quantités complexes; en remplaçant ces grandeurs dans l'équation d'ondes (Eq. 2.7), on trouve l'équation d'Helmholtz :

$$\left(\Delta + k^2\right) p(M) = f(M)$$
(Eq. 2.8)

2.3- Conditions aux limites :

L'équation d'ondes (Eq. 2.7) est accompagnée de conditions aux limites dues à l'enceinte. Il y'a plusieurs types de conditions aux limites selon l'absorption ou non de l'énergie par la frontière.

2.3.1- Condition de Neumann :

La frontière σ est supposée constituée d'un matériau parfaitement rigide, ce qui impose que les composantes normales des vitesses particulaires u(M, t) des points M situés sur la frontière sont nulles.

L'équation de conservation de la quantité de mouvement permet d'établir le lien entre pression et vitesse [M1] :

$$\rho_0 \cdot \frac{\partial u(M, t)}{\partial t} + \nabla p(M, t) = 0$$
 (Eq. 2.9)

Donc à la frontière σ :

$$\nabla p(M, t) = 0 \tag{Eq. 2.10}$$

 ∇ : désigne le gradient (*voir Annexes*).

2.3.2- Condition de Dirichlet :

La frontière est supposée non absorbante, la pression en chacun de ses points est égale à la pression ambiante extérieure **[M1]** :

$$p_{tot}(M, t) = p_0$$
 (Eq. 2.11)

Donc à la frontière σ :

$$p(M, t) = 0$$
 (Eq. 2.12)

2.3.3- Condition de Robin :

Dans le cas où la frontière σ absorbe de l'énergie, il n'est pas toujours facile de traiter la condition aux limites, il faudrait modéliser la façon dont l'énergie est absorbée au niveau des parois et donc traiter un problème couplé : vibration du fluide / vibration élastique de la frontière.

En général on peut se contenter d'une approximation simple : le rapport entre la pression acoustique et la vitesse normale des particules est constant sur la surface absorbante; la solution trouvée serait unique. Cette approximation se traduit en régime harmonique par la condition suivante [M1] :

$$\frac{\partial p(M)}{\partial n} - \frac{j.k}{\zeta(M)} p(M) = 0$$
 (Eq. 2.13)

 $\zeta(M)$: désigne l'impédance normale spécifique à la frontière.

En générale à basses fréquences, tout matériau est réfléchissant $(|\zeta(M)| \to \infty)$, et à hautes fréquences tout matériau est absorbant $(|\zeta(M)| \to 1)$; cela est dû aux dimensions du matériau devant la longueur d'ondes, comme expliqué plus haut, au début du chapitre.

- Finalement les trois conditions aux limites peuvent être regroupées en une seule équation [M1] :

$$\alpha . \frac{\partial p(M)}{\partial n} - \beta . p(M) = 0$$
 (Eq. 2.14)

 $\alpha = 1, \beta = 0$: condition aux limites de Neumann.

 $\alpha = 0, \beta = 1$: condition aux limites de Dirichlet.

 $\alpha = 1$, $\beta \neq 0$: condition aux limites de Robin (valables seulement en régime harmonique).

En général les fonctions α et β caractérisant le matériaux, sont des fonctions continues par morceaux.

2.4- Ondes stationnaires, fréquences et modes propres :

Exactement comme on l'a déjà vu dans le cas d'un piston (acoustique unidimensionnelle), une enceinte (acoustique tridimensionnelle) possède des ondes stationnaires, des fréquences et des modes propres. La démonstration des équations régissant ces modes sort largement du cadre de ce travail, nous invitons le lecteur intéressé à consulter la bibliographie : [M1].

Dans la partie qui suit, nous allons étudier un cas particulier des espaces clos : les salles parallélépipédiques.

2.5- Salles parallélépipédiques :

- Supposons que les parois limitant la salle suivante (Fig. 2.1) sont rigides et réfléchissantes :



2.5.1- Fréquences propres, modes propres :

Les fréquences propres d'une salle parallélépipédique peuvent être classées en trois groupes distincts :

- Les fréquences propres axiales; ce sont celles qui correspondent aux fréquences propres des parois parallèles :
 - Entre les faces droites et gauches (axe L) : $f_L(m, 0, 0) = \frac{m.c_0}{2L}$. - Entre les faces avants et arrières (axe R) : $f_G(0, n, 0) = \frac{n.c_0}{2R}$. - Entre le sol et le plafond (axe H) : $f_H(0, 0, p) = \frac{p.c_0}{2H}$

Où m, n et p sont des entiers naturels.

- Les fréquences propres tangentielles; ce sont celles construites à partir de deux familles de fréquences propres axiales.
- Les fréquences propres obliques; ce sont toutes les autres de la forme générale : *f*(*m*, *n*, *p*), où *m*, *n* et *p* ne sont jamais nuls.

Les fréquences propres axiales ont une importante prépondérance dans l'acoustique d'une salle, car elles transportent deux fois plus d'énergie que les fréquences propres tangentielles, et quatre fois plus d'énergie que les fréquences propres obliques.

La formule (approchée) donnant le nombre de fréquences propres d'un local comprises entre 0 et une fréquence donnée f_{max} est connue sous le nom de formule de Maa [L1, M1] :

$$n_{(f)} \approx \frac{4.\pi}{3} V \left(\frac{f_{\text{max}}}{c_0}\right)^3$$
(Eq. 2.15)

V : désigne le volume de la salle; V = R.L.H.

Exemple :

- Soit une salle de 4 x 3 x 2,5 (V = $30 m^3$) vide de tout objet et à température ambiante, $c_0 = 340 m/s$.

Entre 0 et 1 kHz on a 3 198 fréquences propres. Entre 0 et 10 kHz on a 3 197 225 fréquences propres !

2.5.2- Amortissement des modes propres :

L'expression des fréquences de résonances et des modes résonants, même pour une salle parallélépipédique, est difficile à obtenir. Cependant on montre que pour n'importe quelle salle, il existe une suite de pulsations de résonance, à chacune desquelles correspond un mode de résonance $p_m(M)$ solution de l'équation de Helmholtz accompagnée de conditions aux limites de type dissipatif [M1] :

$$\omega_m = \Omega_m + j.\tau_m \tag{Eq. 2.16}$$

- ω_m : désigne une pulsation de résonance.
- Ω_m : désigne une pulsation réelle de résonance, et dépend en général principalement des caractéristiques géométriques de la salle, par exemple la formule de Maa (Eq. 2.15) pour une salle parallélépipédique.
- τ_m : désigne le taux d'amortissement du mode résonnant, et dépend en général principalement des coefficients d'absorption des parois.

Si une salle quelconque, en particulier parallélépipédique, est excitée par une source monochromatique, on montre qu'à l'arrêt de cette source l'amplitude de la pression (dans la salle) décroît alors globalement selon une loi exponentielle durant un temps qu'on appelle *durée de réverbération*.

2.5.3- Durée de réverbération :

W. C. Sabine a défini le temps de réverbération comme le temps que met le son pour décroître de 60 dB, en partant du régime stationnaire, lorsque la source cesse d'émettre; autrement dit : c'est le temps au bout duquel l'énergie sonore est réduite au millionième de sa valeur initiale.

Mais la dynamique disponible sur la courbe de décroissance pour évaluer le temps de réverbération atteint rarement 60 dB, donc la mesure du temps de réverbération consiste toujours à évaluer la pente de cette courbe sur une certaine plage, le temps de réverbération TR60 (en anglais : "RT60") est calculé en extrapolant la droite ainsi obtenue.

A partir de cette courbe de décroissance, on peut calculer les temps de réverbération suivants, classés par l'importance croissante des premières réflexions **[L1, M2]** :

- TR60 : temps de réverbération normalisée, la pente est évaluée entre 0 dB et -60 dB, l'effet des premières réflexions est faible.
- TR20 : défini par Kurze, la pente est évaluée entre 0 et -20 dB.
- TR15 : temps de réverbération initial, la pente est évaluée entre 0 et -15 dB.
- TR10 ou EDT : l'"*Early Decay Time*" défini par Jordan, la pente est évaluée entre 0 et -10 dB.

- Le TR60 est le plus utilisé en pratique; par définition et pour un mode de résonance :

$$60 \,\mathrm{dB} = 20.\log_{10}[\exp(\tau_q.TR60)] \tag{Eq. 2.17}$$

Où τ_a désigne le taux d'amortissement d'une mode résonant q.

Dans le cas plus général où on a plusieurs modes ou/et dans le cas où aucun mode ne prédomine sur les autres, la notion de durée de réverbération est moins évidente, dans la mesure où chaque mode s'amortit différemment. Cependant, lorsque l'expérience montre que globalement le niveau sonore de la salle décroît selon une loi à peu prés linéaire (c'est-à-dire que l'amplitude de la pression acoustique décroît de façon exponentielle), on peut relier la pente de la décroissance aux propriétés acoustiques des parois des salles.

Ainsi si des murs peu absorbants de surface totale S, ont des propriétés acoustiques identiques et sont caractérisés par un coefficient de réflexion moyen α , la formule de Sabine (il y'a d'autres formules moins utilisées comme celles de Pujolle et de Eyring) permet de calculer un temps de réverbération moyen (en [s]) [L1] :

$$TR60 = 0,161.\frac{V}{S.\alpha} = 0,161.\frac{V}{A}$$
 (Eq. 2.18)

- *V* : désigne le volume de la salle.
- *S* : désigne la surface totale des parois.
- A : est appelée *aire d'absorption équivalente*, c'est la surface équivalente s'il n'y avait que des matériaux absorbants de coefficient $\alpha = 1$; d'où le nom qu'on rencontre aussi dans la littérature : *surface équivalente de fenêtre ouverte*.

La formule de Sabine (Eq. 2.18) peut être améliorée en tenant compte de l'énergie perdue en cours de propagation par l'absorption due à l'air, cette énergie devient non négligeable pour des salles de grand volume **[L1]** :

$$TR60 = 0,161. \frac{V}{A+4.m.V}$$
 (Eq. 2.19)

m : désigne la constante d'atténuation de l'air.

2.5.4- Champs acoustiques :

A basses fréquences, c'est-à-dire que les dimensions de la salle sont très petites devant les longueurs d'ondes, la réponse fréquentielle de la salle (en amplitude) est de la forme **[M1]** :



A hautes fréquences le nombre de modes excités devient très important et bien que la théorie modale présentée précédemment soit toujours celle qui fasse autorité physiquement, elle devient inutilisable dans la pratique.

Les réponses en amplitude des modes se chevauchent, ce qui donne une réponse globale beaucoup plus uniforme dans la mesure où les modes ne sont pas vraiment plus prépondérants les uns que les autres. La réponse fréquentielle de la salle (en amplitude) est de la forme [M1] :



Comme on le voit sur la figure précédente la réponse fréquentielle est diffusée sur toutes les fréquences, donc la pression acoustique peut-être considérée comme uniforme dans toute la salle, on parle alors de *champs acoustique diffus*, caractérisé par la moyenne sur tout l'espace de la salle du carré de la valeur efficace de la pression : $p_{RMS}(M,t)$ [M1]:

$$p_{RMS}^{2}(M,t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} |p(M,t)|^{2} dt$$
(Eq. 2.20)
$$< p_{RMS}^{2}(t) >_{V} = \frac{1}{V} \iiint_{V} p_{RMS}^{2}(M,t) dV$$
(Eq. 2.21)

En régime stationnaire $p_{RMS}(M, t)$ est calculée sur une période et ne dépend plus du temps, mais en régime transitoire le comportement du champ de pression peut être comparé à un système de premier ordre.

Nous avons vu précédemment que l'extinction du champs sonore après arrêt des sources suit globalement une loi exponentielle, ceci est encore plus vrai à hautes fréquences où un nombre considérable de modes est excité et où le champ de pression est quasiment uniforme, ainsi des considérations énergétiques macroscopiques permettent d'aboutir à une équation de comportement de la moyenne spatiale du carré de la pression efficace.

Supposons qu'à t=0 une source commence à émettre avec une puissance acoustique stationnaire de valeur efficace *W*, la pression vérifie alors **[M1]** :

$$\frac{d < p_{RMS}^2 >_V}{dt} + \frac{S.\overline{\alpha(f)}}{4.V} < p_{RMS}^2 >_V = W.\frac{2.\rho_0.c_0^2}{V}$$
(Eq. 2.22)

Où :

- *W* : désigne le flux énergétique efficace traversant la surface extérieure de la source par une unité de temps.
- S : désigne la surface des murs.

 $\overline{\alpha(f)}$: désigne le coefficient moyen d'absorption des parois dépendant de la fréquence.

L'équation précédente (Eq. 2.22) définit un système du premier ordre dont les constantes de temps et de gain dépendent de la fréquence.

III)- Identification des fonctions de transferts

1- Introduction :

Considérons une salle de géométrie quelconque au sein de laquelle on aura disposé une source sonore et un récepteur (Fig. 3.1 **[M1]**). La salle peut être considérée comme un système acoustique dont l'entrée serait le signal émis par la source sonore (par exemple un haut-parleur) et la sortie le signal enregistré par le récepteur (par exemple un microphone). On peut donc caractériser ce système linéaire par une FT, qui dépendra <u>entièrement</u> des positions choisies de la source et du récepteur.



Fig. 3.1

Notons que le fait de choisir une seule source n'est pas restrictif : on peut aussi imaginer de vouloir caractériser l'acoustique d'une salle par l'identification des FT entre une ou plusieurs sources et plusieurs récepteurs

Supposons maintenant que nous voulions caractériser l'acoustique d'une salle par une série de FT entre une source fixe et *M* récepteurs situés à différentes positions déterminées. Plusieurs types de modèles s'offrent alors à nous. Les plus classiques sont de type MA ("*Moving Average*" : moyenne mobile) et ARMA ("*Auto Regressive and Moving Average*" : auto-régressive à moyenne mobile). Ces modèles peuvent être déterminés directement d'après les signaux enregistrés grâce aux méthodes classiques d'identification et sans pré-requis acoustique, mais les méthodes conduisent à des ordres élevés et à de nombreux coefficients. Les FT déterminées étant logiquement vouées à être programmées dans des systèmes automatiques de régulation (comme par exemple des annulateurs d'écho ou des "équalizeurs"), il convient de minimiser le nombre de coefficients nécessaire à modéliser l'acoustique de la salle afin de minimiser la place mémoire et les temps de calculs.

C'est pourquoi nous nous étendrons d'avantage sur une méthode d'identification plus efficace fournissant aussi des modèles ARMA mais s'appuyant sur certains principes acoustiques qui ont été développés précédemment.

Le modèle résultant prendra le nom de "modèle ARMA à pôles acoustiques communs" qui a été développé par : Y. Haneda, S. Makino et Y. Kaneda du *NNT (Nippon Telegraph and Telephone Corporation) Human Interface Laboratories* au Japon : **[P1, P2, P3, P4, P5]**.

<u>Remarques :</u>

- Nous n'allons pas aborder l'identification des FT des salles par la méthode des mesures des réponses impulsionnelles générées par des Signaux Binaires Pseudo Aléatoire (SBPA) (voir **[L3, L4, L5]**), qui a montrée ses limites pratiques; le lecteur intéressé est invité à consulter la bibliographie : **[M2]**.

- Dans ce qui suit nous désignerons les FT par $H^{J}(Z)$, ou J représente le j^{ème} récepteur parmi M récepteurs.

2- Identification par modèle MA : [L5, M1]

L'identification par modèle MA consiste à trouver un modèle entre chaque source et récepteur de la forme **[L5, M1]** :

$$H^{J}(Z) = \sum_{i=0}^{Q} b_{i}^{J} . Z^{-i}$$
 (Eq. 3.1)

La FT peut-être implémenté par un filtre RIF appelé aussi filtre tout zéros (en anglais : "FIR"), où Q représente l'ordre du modèle.

Ainsi la caractérisation acoustique de la salle par une série de M fonctions de transfert associées à une source et M récepteurs requiert $M \ge (Q + 1)$ coefficients. Ce modèle n'est pas d'une utilisation très performante dans la mesure où il requiert un grand nombre de coefficients pour des salles ayant un temps de réverbération élevé, surtout si la fréquence d'échantillonnage est elle aussi importante. Ainsi à titre d'exemple, une salle caractérisée par un temps de réverbération de l'ordre de 500 ms (ce qui n'est pas extraordinaire) induit un modèle MA de l'ordre de 4000 coefficients (à une fréquence d'échantillonnage de 8 kHz) pour satisfaire une erreur de modélisation de -60 dB. Un tel nombre de coefficients appliqué à des systèmes de régulation implique de larges zones mémoire et de longs temps de calcul (**[M1]**).

3- Identification par modèle ARMA : [L5, P6, M1]

L'identification par modèle ARMA consiste à trouver un modèle entre chaque source et récepteur de la forme **[L5, M1]** :

$$H^{J}(Z) = \frac{\sum_{i=0}^{Q} b_{i}^{J} . Z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^{P} a_{i}^{J} . Z^{-i}}$$
(Eq. 3.2)

La FT peut-être implémentée par un filtre RII (en anglais : "IIR"), où Q représente le degré du numérateur et P le degré du dénominateur.

Ce type de modèle est plus adapté aux caractéristiques physiques des salles : les pôles de la FT représentent les modes résonants et les zéros des retards ou des antirésonances (noeuds). Pour des performances comparables à basses fréquences, ce modèle nécessite généralement moins de coefficients qu'un modèle MA, cependant à des hautes fréquences le modèle MA peut s'avérer être plus efficace et c'est pourquoi certains simulateurs acoustiques utilisent des modèles ARMA aux basses bandes de fréquences et des modèles MA aux hautes bandes de fréquences.

Les estimations successives des FT entre chaque récepteur et la source conduisent à l'estimation au total de $M \ge (Q + P + 1)$ coefficients.

4- Le modèle ARMA à pôles acoustiques communs :

4.1- Définitions :

Les pôles d'un modèle ARMA correspondent aux modes de résonance du système identifié, ainsi pour une salle, ces pôles doivent être renvoyés aux pulsations complexes de résonance présentées au chapitre précédent (Eq. 2.16), dont les parties réelles sont les pulsations réelles des modes résonants et dont les parties imaginaires sont les taux d'amortissement de ces modes. Or ces pulsations complexes (que nous appellerons dorénavant *pôles acoustiques*) ne dépendent pas de l'espace et sont identiques en tout point. Cela signifie que les dénominateurs des différentes FT identifiées ne dépendent, en fait, pas de l'espace et donc qu'ils sont identiques en chaque point de la salle. Donc la FT peut-être modélisée sous la forme **[P1, P2, P3, M1]** :

$$H^{J}(Z) = \frac{\sum_{i=0}^{Q} b_{i}^{J} . Z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^{P} a_{i} . Z^{-i}}$$
(Eq. 3.3)

Nous pouvons remarquer que la différence entre le modèle ARMA "classique" (Eq. 3.2) et le modèle ARMA à pôles acoustiques communs (Eq. 3.3) réside dans le dénominateur qui ne dépend plus de l'espace, et donc du récepteur; cela ne fait plus que $P + M \ge (Q + 1)$ coefficients au lieu de $M \ge (Q + P + 1)$ coefficients pour le modèle "classique".

La détermination des FT entre une source et des récepteurs implique donc l'identification de la série $\{a_i\}$ du dénominateur commune à toutes les FT, et des différentes séries $\{b_i^J\}$ des numérateurs propres à chaque récepteur. Y. Haneda, S. Makino et Y. Kaneda proposent deux méthodes d'estimation de ces séries, ce sont ces méthodes qui seront présentées dans les deux paragraphes suivants.

4.2- Estimations par la méthode des moindres carrés ordinaires :

A première vue, on pourrait supposer que tous les pôles acoustiques d'une salle peuvent être identifiés correctement avec un seul récepteur seulement, il n'en est rien en pratique, en effet lors de

l'identification de FT les zéros identifiés ont une influence sur les pôles et peuvent parfois annuler certains de ces pôles. Par exemple si le récepteur se situe sur un nœud d'un mode résonant (comme le point C de la figure suivante **[P2, M1]**), le pôle acoustique associé à ce mode ne sera pas détecté. Il convient donc de faire une estimation de la série $\{a_i\}$ sur différents enregistrements de plusieurs récepteurs situés à différentes positions.



Fig. 3.2

Le principe de l'identification par la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO), qui est un cas particulier de la méthode des moindres carrés introduite par Gauss, est illustré sur le schéma synoptique suivant **[L3, L4, L5, M1]** :



Fig. 3.3

Où

e(k) : représente le signal d'entrée, une impulsion.

s(k) : représente le signal de sortie, la réponse impulsionnelle.

- X_{MCO} : représente le vecteur des coefficients $\{a_i\}$ et $\{b_i^J\}$ estimés.
- B(Z) : représente le polynôme du numérateur, d'ordre Q.
- A(Z) : représente le polynôme du dénominateur, d'ordre P.

L'erreur "de sortie" à minimiser entre la réponse impulsionnelle actuelle $h^{J}(k)$ et le modèle $\hat{h}^{J}(k)$ est définit pour le j^{ème} récepteur comme suit **[L3, L4, L5, P2, M1]** :

$$\mathcal{E}_{out}^{J} = h^{J}(k) - h^{J}(k)$$

= $h^{J}(k) - \left[-\sum_{i=1}^{P} a_{i} \cdot h^{J}(k-i) + \sum_{i=0}^{Q} b_{i}^{J} \cdot \delta(k-i) \right]$
= $h^{J}(k) + \left[\sum_{i=1}^{P} a_{i} \cdot h^{J}(k-i) - \sum_{i=0}^{Q} b_{i}^{J} \cdot \delta(k-i) \right]$

Comme ε_{out}^{J} est très difficile à minimiser une bonne approximation consistera à introduire une erreur d'''équations" **[P2, M1]** :

$$\mathcal{E}_{eq}^{J} = h^{J}(k) + \left[\sum_{i=1}^{P} a_{i} . h^{J}(k-i) - \sum_{i=0}^{Q} b_{i}^{J} . \delta(k-i)\right]$$
(Eq. 3.4)

Si nous supposons que l'ordre des réponses impulsionnelles est N (et N > P), \mathcal{E}_{eq}^{J} est nulle pour les k > N + P.

- Les coefficients des FT sont ceux qui minimisent le critère [P2, M1] :

$$J_{eq} = \sum_{J=1}^{M} \sum_{k=0}^{N+P} \left[\mathcal{E}_{eq}^{J}(k) \right]^{2}$$
(Eq. 3.5)

L'avantage de cette méthode par rapport aux autres méthodes d'identification est qu'elle peut facilement s'écrire sous format matriciel donc elle est tout naturellement programmable, ainsi pour $J = 1 \rightarrow M$ et pour $k = 0 \rightarrow N + P$, l'équation (Eq. 3.4) s'écrit [**P2**, **M1**]:

$$e = h - F.X \tag{Eq. 3.6}$$

Avec :

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_M \end{bmatrix}, \qquad e_J = \begin{bmatrix} \varepsilon_{eq}^J(0) \\ \varepsilon_{eq}^J(1) \\ \vdots \\ \varepsilon_{eq}^J(N+P) \end{bmatrix}, \text{ la dimension du vecteur } e \text{ est } [M.(N+P+1); 1].$$

$$\begin{split} h &= \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_M \end{bmatrix}, \quad h_I = \begin{bmatrix} h^J(0) \\ h^J(1) \\ \vdots \\ h^J(N+P) \end{bmatrix}, \text{ la dimension du vecteur } h \text{ est } [M.(N+P+1); 1]. \\ \end{split}$$

Le critère à minimiser (Eq. 3.5) peut alors s'écrire sous forme matricielle comme suit **[P2, M1]** :

$$J_{eq} = e^T . e \tag{Eq. 3.7}$$

Où ^{*T*} désigne l'opérateur de transposition.

- Le vecteur X qui minimise ce critère est [P2, M1] :

$$X_{MCO} = (F^T . F)^{-1} . F^T . h$$
 (Eq. 3.8)

Comme expliqué plus haut cette méthode d'indentification offre l'avantage d'être facilement programmable, mais la stabilité des pôles identifiés, donc de la FT, n'est pas garantie théoriquement sauf dans le cas où Q = 0 (voir démonstration en Annexe).

4.3- Estimations des pôles acoustiques par moyenne de fonctions de transfert :

La précédente méthode impose de très larges temps de calculs quand P et Q sont choisis grands et quand le nombre de récepteurs est lui aussi grand; afin de minimiser ces temps de calculs on peut commencer par identifier l'une après l'autre les FT entre la source et chacun des récepteurs pris séparément, ainsi on obtiendra pour chaque récepteur J deux séries de coefficients : $\{a_i^J\}$ et $\{b_i^J\}$ avec $i = 1 \rightarrow P$ et $J = 1 \rightarrow M$, et comme on l'a vu au début de ce chapitre, les pôles des FT ne dépendent pas des positions des récepteurs, donc on peut moyenner les séries des $\{a_i^J\}$ afin d'obtenir les pôles communs à toutes les FT de la salle **[P2, M1]**:

$$a_i = \frac{1}{M} \sum_{J=1}^{M} a_i^J$$
 (Eq. 3.9)

4.4- Choix de l'ordre des modèles :

Le choix de l'ordre d'un modèle mathématique est toujours une étape délicate et plusieurs méthodes ont étaient développées, nous allons voir quelques méthodes en rapport avec notre sujet :

- La formule de Maa (Eq. 2.15) permet de connaître l'ordre exact du nombre de pôles acoustiques excités sur la bande de fréquence utile et donc de connaître l'ordre théorique du dénominateur des FT (P), mais en revanche nous ne possédons aucune information concernant l'ordre des numérateurs (Q) à part le fait que $Q \leq P$.
- Le critère d'Akaike (en anglais : "*Akaike's Information Criterion*") qui permet de connaître *P* et *Q* en minimisant la distance entre les densités de probabilité vraie et estimée des données.
- Y. Haneda, S. Makino et Y. Kaneda ont proposés de déterminer l'ordre du modèle en définissant l'erreur à minimiser comme suit **[P2, M1]** :

$$J_{out} = \frac{1}{M} \sum_{J=1}^{M} \left(\frac{\sum_{k=0}^{\infty} \left(\mathcal{E}_{out}^{J}(k) \right)^{2}}{\sum_{k=0}^{N} \left(h^{J}(k) \right)^{2}} \right)$$
(Eq. 3.10)

En imposant judicieusement J_{out} on peut déterminer le couple (P, Q) qui minimise cette dernière erreur.

Mais il ne faut pas perdre de vue, comme on l'a vu précédemment, que l'ordre des pôles acoustiques augmente proportionnellement au cube de la fréquence maximum de la bande utile; donc à des hautes fréquences les modèles prennent des ordres démesurés si l'on respecte l'ordre théorique du dénominateur. Ainsi dans la pratique, lorsque la bande de fréquence utile prend des valeurs trop grandes, on pourra choisir volontairement un ordre de dénominateur inférieur à l'ordre théorique, donc seuls les modes résonnants avec les plus grands taux d'amortissement seront alors représentés; cette approximation peut se révéler être très satisfaisante.

4.5- Interpolation et extrapolation des fonctions de transferts :

Y. Haneda, Y. Kaneda et N. Kitawaki proposent une méthode permettant de déduire une FT inconnue entre une source et un récepteur d'après la connaissance des FT entre une source et des récepteurs donnés **[P4, P5, M1]**.

Si on estime la FT entre la source et un récepteur situé entre des récepteurs où les FT sont connues, on parle d'*interpolation*, si on estime la FT entre la source et un récepteur situé après des récepteurs où les FT sont connues on parle d'*extrapolation*.

- La FT de ce modèle (Eq. 3.3) peut aussi s'écrire sous la forme [P4, P5, M1] :

$$H(Z) = \sum_{i=1}^{P/2} \left[\frac{A_i(s, r)}{1 - (p.a_i.Z^{-1})} + \frac{A_i(s, r)^*}{1 - (p.a_i^*.Z^{-1})} \right]$$

et $A_i(s, r) = \frac{1}{2}.C.p_i(s).p_i(r)$ (Eq. 3.11)

: désigne l'opérateur de conjugaison.

 $p.a_i$ et $p.a_i^*$: désignent les séries des pôles acoustiques du i^{éme} mode résonants.

- $A_i(s, r)$ et $A_i(s, r)^*$: sont les résidus du développement ; ce sont ces seuls coefficients qui dépendent des positions *s* et *r* de la source et du récepteur.
- (s, r) : désigne les positions respectives de la source et du récepteur.
- *C* : désigne une constante du gain.

*

 $p_i(s)$ et $p_i(r)$: désignent respectivement les modes résonants de la source et du récepteur.

Supposons que nous ayons identifié la série des pôles acoustiques d'une salle et un ensemble de FT entre différents récepteurs et une source, après factorisation du dénominateur on dispose d'un jeu de FT du type **[P4, P5, M1]** :

$$H^{J}(Z) = \frac{\sum_{i=0}^{Q} b_{i}^{J} . Z^{-1}}{\prod_{i=1}^{P} \left[1 - (p.c_{i} . Z^{-1})\right]}$$
(Eq. 3.12)

- La décomposition de cette dernière fonction en fractions élémentaires, donne [P4, P5, M1] :

$$H^{J}(Z) = \sum_{i=1}^{P} \left(\frac{A_{i}(s, r_{J})}{1 - (p.c_{i}.Z^{-1})} \right)$$

et $A_{i}(s, r_{J}) = \left| 1 - (p.c_{i}.Z^{-1}) \cdot \frac{\sum_{i=0}^{Q} b_{i}^{J}.Z^{-1}}{\prod_{i=1}^{P} \left[1 - (p.c_{i}.Z^{-1}) \right]} \right|_{Z=p.c_{i}}$ (Eq. 3.13)

De l'équation (Eq. 3.11), on peut remarquer que pour une source fixée dans une salle, les variations des résidus $A_i(s, r_J)$ dues à un changement de position de récepteur ne dépendent que de la variation du mode résonant correspondant et ce de manière proportionnelle. Ainsi si l'on connaît la forme des modes résonnants on peut effectuer une interpolation ou une extrapolation des résidus, en déduire les valeurs à une autre position de réception et finalement reconstituer la FT entre la source et cette nouvelle position de réception.

Dans le paragraphe suivant on va étudier la variation des résidus dans le cas d'une salle parallélépipédique, car la théorie permet de connaître explicitement la forme de ses modes résonants.

- Application à une salle parallélépipédique :

Les modes résonants d'une salle parallélépipédique se décomposent en un produit de trois fonctions à variables séparées; l'expression du i^{éme} mode résonant associé à un triplet (r, s, t), en un point M de coordonnées (x, y, z) dans le repère cartésien centré est de la forme [**P4**, **P5**, **M1**] :

$$p_i(M) = p_{ix}(x).p_{iy}(y).p_{iz}(z)$$
 (Eq. 3.14)

ix, iy, iz : désignent des nombres entiers représentant l'index de chaque mode résonant.

i : désigne un triplet (*ix*, *iy*, *iz*).

• Si les murs sont supposés non absorbants, $P_{iu}(u)$ (*u* représente *x*, *y* ou *z*) est de la forme **[P4, P5, M1]** :

$$P_{iu}(u) = A_u .\cos(k_{iu}.u)$$
 (Eq. 3.15)

- A_{u} : désigne une constante complexe ou réelle.
- k_{iii} : désigne une constante réelle.
- Si les murs sont supposés absorbants, $P_{iu}(u)$ est de la forme [P4, P5, M1] :

$$P_{iu}(u) = A_{u1} \cdot e^{-j \cdot k_{iu} \cdot u} + A_{u2} \cdot e^{+j \cdot k_{iu} \cdot u}$$
(Eq. 3.16)

 A_{u1} et A_{u2} : désignent des constantes complexes.

 k_{iu} : désigne un mode résonant : $k_{iu} = \frac{n_u \cdot \pi}{L_u} + j \cdot \gamma_u$, où n_u est un nombre entier, L_u représente la longueur le long de l'axe des u, et γ_u représente le coefficient d'absorption des parois de la salle.

Supposons, pour simplifier les équations, qu'une source sonore fixe placée en un point (s) de la salle émette un signal enregistré par un récepteur que l'on déplace à des positions successives sur un axe D parallèle à l'un des axes \vec{u} du repère cartésien :



Fig. 3.4

D'après l'équation (Eq. 3.11) la série de résidus $(A_i(s, r))$ des FT entre la source et les différentes positions de réception (sur l'axe) ne varie qu'en fonction de la coordonnée u [P4, P5, M1] :

$$A_i(s, r) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot p_i(s) \cdot p_i(r) = C' \cdot p_{iu}(u) = A_i(s, u)$$
 (Eq. 3.17)

• Si les murs sont non absorbants, le i^{éme} résidu de la FT entre la source et un récepteur placé sur l'axe des \vec{u} à l'ordonnée *u* est de la forme [**P4**, **P5**, **M1**] :
$$A_i(s, u) = B_i .\cos(k_{iu}.u)$$
 (Eq. 3.18)

Où B_i représente une constante complexe.

• Si les murs sont absorbants, le i^{éme} résidu de la FT entre la source et un récepteur placé sur l'axe des \vec{u} à l'ordonnée *u* est de la forme **[P4, P5, M1]** :

$$A_i(s, u) = B_{i1}.e^{-j.k_{iu}.u} + B_{i2}.e^{+j.k_{iu}.u}$$
(Eq. 3.19)

Où B_{i1} et B_{i2} représentent des constantes complexes.

En déterminant suivant le cas les coefficients B_i ou B_{i1} et B_{i2} à partir de quelques FT connues entre la source et diverses positions du récepteur sur l'axe des \vec{u} , on est en mesure de connaître la loi d'évolution des résidus sur tout l'axe et donc d'en déduire les FT entre la source et n'importe quel point de l'axe.

4.6- Inconvénients du modèle :

L'inconvénient majeur de cette méthode d'identification des FT, est de nécessiter de grandes capacités de mémoire et de très larges temps de calculs, à cause du nombre élevé de modes sollicités; ainsi ce modèle est plus performant à basses fréquences.

Car en hautes fréquences, relativement aux dimensions de la salle, l'ordre du dénominateur (égale au double du nombre de modes résonants) croit très rapidement avec la fréquence (Eq. 2.15).

Par exemple la figure suivante (Fig. 3.5) représente le nombre de pôles (égale à l'ordre du dénominateur) d'une petite salle de 4 x 3 x 2,5 (V = $30m^3$) sur 50 bandes de fréquences régulièrement réparties entre 0 et 20 000 Hz.

Donc ce modèle est vite dépassé et les calculs deviennent très vite rédhibitoires pour de hautes bandes de fréquences.



5- La simulation par bandes de fréquences :

5.1- Préambule :

Cédric Févotte a proposé dans son mémoire de DEA ([M1]) une nouvelle méthode d'identification / simulation des FT des salles et aussi de simulation de la réponse de salles. Dans les paragraphes qui vont suivre nous allons décrire et étudier cette méthode en se basant sur ses travaux.

Dans tout ce qui suit on n'abordera que le cas d'un seul récepteur et d'une seule source, afin de simplifier les raisonnements.

5.2- Principe :

La nouvelle méthode développée par C. Févotte est basée sur la segmentation de l'axe des fréquences en petites bandes de fréquences (homogènes ou non), et à l'utilisation dans chaque bande de fréquences du modèle adéquat à cette bande. Ainsi la FT de la salle sera identifiée ou la réponse de la salle sera simulée, par parties; vu que sur chaque sous-bande de fréquences on aura une FT différente.

L'identification / simulation de la réponse d'une salle en un point donné de réception à une excitation sonore consistera, comme illustré sur le schéma synoptique (Fig. 3.6), donc à :

- 1)- Décomposer le signal d'entrée en ses composantes fréquentielles.
- 2)- Appliquer à chaque composante le modèle adapté à la bande de fréquence concernée.
- 3)- Recomposer la réponse de la salle à partir des composantes simulées.



Fig. 3.6

- Conformément aux notions d'acoustique des salles présentées précédemment :

- A basses fréquences la théorie modale fait autorité, donc le modèle ARMA à pôles acoustiques communs sera utilisé.
- A hautes fréquences, en présence d'un champ acoustique diffus, des modèles de premier ordre et de deuxième ordre appliqués à la pression démodulée $\langle p_{RMS}^2(t) \rangle_V$ seront envisagés.

5.3- Décomposition de signaux en sous-bandes fréquentielles : [M1, M3]

Le signal doit être décomposé en une série de signaux de sous-bandes fréquentielles, c'est-àdire en une série de signaux correspondant chacun à une portion du contenu fréquentiel du signal initial. La méthode de décomposition doit permettre une reconstruction parfaite après le traitement (sans perte ni redondance d'information).

La méthode présentée par C. Févotte est basée sur la décomposition d'un signal en paquets de Malvar fréquentiels (PMF) **[M3]**, méthode duale de la décomposition en paquets de Malvar temporels (PMT) qui consiste à partitionner un signal en segments temporels et à observer le contenu fréquentiel de chacun des segments. La décomposition en PMF consiste à partitionner la transformée en cosinus discrète du signal (en anglais : "*Discrete Cosine Transform*") et à observer le contenu temporel de chacun des segments par application de la DCT⁻¹ (*voir définitions en Annexe*).

5.3.1- Définition des ondelettes de Malvar :

La décomposition en paquets d'ondelettes permet de sélectionner une représentation s'appuyant sur une segmentation fréquentielle du signal. Les ondelettes de Malvar sont à la base de la décomposition en paquets de Malvar, temporels ou fréquentiels.

5.3.2- Ondelettes de Malvar temporels :

Considérons un signal de longueur finie, supposons que l'axe des temps soit segmenté en intervalles successifs : $[a_P, a_{P+1}]$, et construisons des fenêtres $g^P(t)$ qui couvrent chacun de ces intervalles, soit $[a_P - \mu_P, a_{P+1} + \mu_{P+1}]$ le support de $g^P(t)$ (Fig. 3.7 [M3]).

Une série de conditions est imposée aux fenêtres $g^{P}(t)$ pour permettre une reconstruction parfaite du signal :

- Deux fenêtres consécutives g^P(t) et g^{P+1}(t) sont symétriques par rapport à a_{P+1}, sur leur intervalle commun : [a_{P+1} μ_{P+1}, a_{P+1} + μ_{P+1}].
- L'axe des temps est uniformément couvert par la somme du carré de toutes les fenêtres : $\sum |g^{P}(t)|^{2} = 1.$
- La fenêtre $g^{P}(t)$ ne chevauche que sur ses deux voisines seulement : $g^{P-1}(t)$ et $g^{P+1}(t)$.

La dernière condition implique que :

- Sur le support commun des deux fenêtres consécutives $[a_{P+1} - \mu_{P+1}, a_{P+1} + \mu_{P+1}]$: $[g^{P+1}(t)]^2 + [g^P(t)]^2 = 1$

- Sur le support commun des deux fenêtres consécutives ne subissant pas de recouvrement $[a_P + \mu_P, a_{P+1} - \mu_{P+1}]$: $g^P(t) = 1$.



5.3.3- Ondelettes de Malvar fréquentiels :

De manière analogue à la décomposition temporelle présentée précédemment, on peut réaliser une décomposition du signal fondée sur une segmentation fréquentielle de celui-ci, à l'aide des fonctions définies pour la décomposition en paquets de Malvar, il suffit d'appliquer la décomposition en paquets de Malvar non pas au signal lui-même mais à sa DCT. Les fenêtres de Malvar définissent alors des bandes fréquentielles dont les paquets obtenus après décomposition sur la base d'une DCT ont un caractère temporel.

5.3.4- Construction de signaux de sous-bandes :



Dans la décomposition en PMF, chaque paquet représente l'information relative à tout le signal dans une bande de fréquences donnée. Un paquet peut donc être assimilé à un filtre (passebande) et une base à un ensemble de filtres (passe-bandes) réalisant une segmentation de l'axe fréquentiel; cette segmentation peut être faite de manière homogène (les longueurs des fenêtres des troncatures sont toutes égales) ou de manière inhomogène (par décade ou par octave, par exemple).

Ayant choisi un fenêtrage de l'axe fréquentiel satisfaisant les conditions énoncées précédemment, on obtient les composantes de sous-bande du signal par DCT inverse des différents segments fréquentiels (Fig. 3.8).

5.4- Traitement basses fréquences : [M1]

Comme nous l'avons déjà expliqué, en basses fréquences la théorie modale fait autorité et dans ces conditions on considère sur chaque bande de fréquence un modèle ARMA d'ordre égal au double du nombre de modes excités dans la bande étudiée.

Ayant décomposé en sous-bandes un signal source et le signal réceptionné à un autre endroit de la pièce à modéliser, on effectue au moyen des sous-bandes basses fréquences source / récepteur une identification des FT sur chaque bande en utilisant le modèle ARMA à pôles acoustiques communs, et en calculant pour chaque sous-bande le nombre de pôles; plus le nombre de sous-bandes <u>est élevé</u> plus le modèle <u>sera précis</u>.

Atteignant une certaine valeur seuil (correspondant à une certaine fréquence), ce traitement n'est plus adéquat vu que les calculs deviennent fastidieux et peu précis, donc après cette fréquence on passera au traitement hautes fréquences.

5.5- Traitement hautes fréquences :

5.5.1- Estimation par variances et premier ordre : [M1]

Au cours de la dernière partie du chapitre II nous avons vu que lorsque le nombre de modes excités devient grand, c'est-à-dire lorsqu'on travaille en hautes fréquences (par rapport au dimensions de la salle), on peut adopter l'hypothèse du champ diffus qui consiste à représenter le champ de pression dans une pièce par une moyenne spatiale de la valeur efficace au carré de la pression, dont les variations obéissent à une loi du premier ordre (Eq. 2.22).

Calculer la valeur efficace temporelle de la pression revient à effectuer une estimation de variance temporelle du signal sur un horizon restreint. Sur chacune des hautes bandes de fréquences, la salle se comporte sur les variances temporelles des signaux de sous-bandes comme un système du premier ordre dont les paramètres dépendent des coefficients d'absorption des parois sur ces bandes de fréquences (Eq. 2.22). On peut estimer ces paramètres par une identification d'après les variances de signaux de sous-bandes source / récepteur.

En simulation, une fois les modèles de premier ordre estimés, on est en mesure de simuler sur chaque bande la variance des signaux de sous-bandes. Il faut alors générer des signaux ayant ces variances, c'est ce que nous verrons après avoir étudié les différentes manières d'estimer une variance présentée par C. Févotte.

1)- Par un premier ordre :

La variance temporelle d'un signal de moyenne nulle peut-être estimée par application d'un filtre de premier ordre de gain unitaire au carré du signal. Cela revient à appliquer une fenêtre glissante au carré du signal et à faire une moyenne des points dans la fenêtre.



Le paramètre L est homogène à un nombre de points et correspond à l'horizon de calcul de la variance à un instant précis du signal. En d'autres termes il est assimilable à la taille de la fenêtre glissante. Pour avoir une bonne estimation de la variance d'un signal périodique, l'horizon de calcul doit couvrir au moins deux à trois périodes, ce qui implique que le paramètre L doit être adapté à la fréquence du signal. Pour un signal stationnaire à fréquence unique, plus le paramètre L sera grand et meilleure sera l'estimation de la variance mais plus le filtre sera lent (Fig. 3.10 et Fig. 3.11), donc il ne doit pas être trop grand pour des signaux non-stationnaires, car pour des signaux fortement non-stationnaires (avec variations fréquentes d'amplitude) cette estimateur de variance n'est pas adéquat, et d'autant plus si le signal est polychromatique (Fig. 3.12).







2)- Par l'enveloppe :

On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type, or l'écart-type d'un signal est approximé par le module de sa transformée de Hilbert (*voir définition en Annexe*) qui représente l'enveloppe du signal à un facteur de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ prés, donc on pourra facilement estimer la variance d'un signal en utilisant cette méthode.



Cette méthode est plus robuste aux variations d'amplitude et de fréquence que la précédente, appliquée à des signaux quelconques (Fig. 3.14 et Fig. 3.15), elle donne une bonne approximation de la variance.





- Génération du signal simulé :

Après que la variance en réponse d'un des signaux de sous-bandes ait été simulée, il faut générer un signal ayant cette variance, deux méthodes ont été proposées par C. Févotte, l'une s'appuyant sur le calcul d'un gain applicable au signal de sous-bande source, l'autre faisant intervenir un oscillateur.

1)- La première méthode consiste à calculer un gain temporel, rapport de l'écart-type simulé sur l'écart-type de la sous-bande source, ce gain est alors appliqué à la sous-bande source.





Le problème de ce simulateur réside dans le fait que lorsque le signal d'entrée devient nul, le signal simulé devient aussi immédiatement nul et les phénomènes de réverbération ne sont donc pas visibles dans le signal simulé. De surcroît lorsque le signal d'entrée est nul des problèmes de division par zéro surviennent au niveau du calcul de gain. En bruitant légèrement le signal source les problèmes de multiplication et division par zéro disparaissent mais l'on obtient des problèmes de transition lorsque le signal s'éteint et le signal simulé est défiguré par le bruit (Fig. 3.17).



Fig. 3.17

2)- La seconde méthode envisagée par C. Févotte pour générer le signal simulé dans la bande de fréquence étudiée a été d'utiliser un bruit coloré de variance unitaire multiplié par la variance simulée. Le bruit coloré est obtenu en décomposant un bruit blanc sur la série des sous-bandes de fréquences et en sélectionnant la bande adéquate au signal d'entrée.



Fig. 3.18

La méthode a le mérite d'éviter toute multiplication ou division par zéro et toute opération de raccord comme précédemment, mais elle ne sera pas retenue dans les simulations car elle donne de trop mauvais résultats. En effet, en générant le signal simulé avec un oscillateur on fait abstraction de tout le contenu fréquentiel du signal d'entrée pour le remplacer par un contenu aléatoire sur les bandes de fréquences données, du coup le signal simulé devient très déformé en comparaison au signal d'entrée (Fig. 3.19).



Fig. 3.19

5.5.2- Estimations par second ordre : [M1]

Les deux méthodes précédentes, basées sur l'estimation par variances et premier ordre, montrent que la synthèse de signaux ayant les variances simulées est parfois très délicate (déformation du signal, perte du contenu fréquentiel, ...); C. Févotte a proposé une autre méthode qui est tout simplement l'estimation d'un système de deuxième ordre sur chacune des (hautes) bandes de fréquences.

Physiquement chaque mode de résonance de la salle (caractérisé par une fréquence de résonance et un taux d'amortissement) se comporte comme un second ordre. Identifier une FT d'ordre 2 sur une bande revient donc à assimiler tous les modes de la bande à un seul oscillateur équivalent, imposant lui seul une fréquence propre et une fréquence de résonance sur la bande.

Bien que ce modèle soit celui qui s'écarte le plus de la théorie, c'est celui qui est le plus souple d'utilisation : il n'y a plus de variance à estimer ni de signal à générer, et c'est celui qui offre les meilleures performances (notamment à l'oreille), comme nous allons le voir dans la partie simulation, du prochain chapitre.

5.6- Inconvénients du modèle :

L'inconvénient majeur de ce modèle est de donner des résultats approximatifs, en basses fréquences la somme des nombres de pôles dans chaque sous-bandes n'est pas égale au nombre de pôles réels dans la bande, et en hautes fréquences la réponse de la salle est approximée à un système de premier ou de deuxième ordre.

IV)- Simulations

1- Préambule :

Vu le manque de moyens dans notre labo, par exemple l'absence du DAT (*voir définition en Annexe*) et l'impossibilité d'avoir des sons enregistrés dans une salle anéchoïque (*voir définition en Annexe*) c'est-à-dire des sons sans "bruits", à larges bandes, ... etc; Nous avons sollicité C. Févotte pour qu'il nous envoie les sons qu'il a utilisé dans son mémoire de DEA (**[M1]**) pour qu'on puisse faire les simulations / identifications et en même temps comparer nos résultats avec les siens.

Il nous a envoyé deux fichiers sons au format ".WAV" d'une durée d'environ 8 mn et 20 s chacun :

- Le premier contient une série d'enregistrements (séquences de guitare, un texte récité par différentes voix, une discussion, ...) qu'il a fait dans les locaux de la *Société d'Études et de Réalisations pour la Diminution du Bruit* (SERDB) basée à Nantes, dans une salle anéchoïque d'environ 100 m³ à l'aide d'un DAT de 16 bits, fonctionnant à la fréquence d'échantillonnages de 16000 Hz, et en mode mono.

- Le deuxième contient l'enregistrement du même signal précédent diffusé dans une salle de cours de l'*École Centrale de Nantes* de dimensions 9 x 6 x 4 (V = 216 m^3), qui est très réverbérante.

Nous allons utiliser ces deux enregistrements pour faire nos identifications / simulations de la FT de la salle de cours, le premier signal représente le <u>signal d'entrée</u> et le deuxième signal le <u>signal de sortie</u> de notre système (la salle de cours).

Dans tout ce qui suit on n'abordera que le cas d'un seul récepteur et d'une seule source, car l'enregistrement effectué dans la salle de cours, n'a été fait qu'avec un seul récepteur (un seul microphone) fixe.

2- Les signaux utilisés :

Des deux enregistrements précédents nous avons sélectionné avec le logiciel du traitement du son **Audacity** (version 1.2.3) une série de courtes séquences de longueur multiple de 2 (impératif pour la décomposition en sous-bandes) pour effectuer nos identifications et/ou simulations :

- Une séquence de deux notes de guitares, de 32768 (= 2^{15}) échantillons et d'une durée d'environ 3 s.

- Une séquence d'un accompagnement rythmique à la guitare, de 16384 (= 2^{14}) échantillons et d'une durée d'environ 2 s.

- Une séquence d'un texte lu, de 131072 (= 2^{17}) échantillons et d'une durée d'environ 13 s.

- Une séquence d'une courte discussion, de 65536 (= 2^{16}) échantillons et d'une durée d'environ 5 s.

Nous avons choisis d'utiliser pour l'identifications de la FT de la salle avec le modèle ARMA à pôles acoustiques communs, la séquence d'un accompagnement rythmique à la guitare (Fig. 4.1) qu'on appellera : *signal 1*, car elle est moins gourmande en temps de calculs et en espace mémoire que les autres signaux, vu que sa longueur (2^{14}) est plus petite que les autres séquences; ce modèle nécessite beaucoup de temps pour faire l'identification de la FT.



Pour les simulations des deux méthodes programmées, avec le Matlab 6.5, on utilisera le signal 1 (Fig. 4.1) et aussi la séquence du texte lu (Fig. 4.2) qu'on appellera : *signal 2*, vu qu'elle est plus longue que les autres séquences donc on peux mieux estimer les résultats en les écoutant, et aussi à cause de son contenue fréquentielle riche.



3- Identification par modèle ARMA à pôles acoustiques communs :

Comme on l'a déjà expliqué dans le chapitre précédent, le modèle ARMA à pôles acoustiques communs ne donne aucune information concernant l'ordre du numérateur donc on est obligé de fixer nous-même un ordre du numérateur, nous avons utilisé 100 puis 200.

L'application de la formule de Maa (Eq. 2.15) donne un ordre théorique du dénominateur égale à :

$$n \approx 2 * \left[\frac{4.\pi}{3} V \left(\frac{f_{\text{max}}}{c_0} \right)^3 \right] = 2 * \left[\frac{4.\pi}{3} * (9 * 6 * 4) * \left(\frac{8000}{340} \right)^3 \right] \approx 23572496 \text{ pôles}!$$

Il est donc (quasiment) impossible de faire une identification avec cet ordre, on se contentera ainsi de 500 puis de 600 pôles (*l'organigramme est fournit en page 54 de l'Annexe*).

Avec un ordinateur équipé d'un Pentium IV fonctionnant à 2Ghz, avec 256 Mo de RAM, et avec des programmes "optimisés" il nous a fallu presque 2 h pour déterminer les FT avec des ordres de Q = 100 et P = 500, puis de Q = 200 et P = 600.

Nous avons essayé d'utiliser un modèle de Q = 500 et P = 1000, mais nous étions dans l'obligation d'arrêter le programme, vu qu'après 11 h de calculs l'ordinateur n'a pas encore identifié la FT !

Les deux figures suivantes (Fig. 4.3 et Fig. 4.4) montrent la simulation de la réponse de la salle au signal 1 :







Fig. 4.4

Les deux figures suivantes (Fig. 4.5 et Fig. 4.6) montrent la simulation de la réponse de la salle au signal 2 :









Nous remarquons que les résultats restent identiques en augmentant (légèrement) l'ordre du modèle, à l'écoute ils sont assez mauvais car on entend un sifflement, mais la réverbération de la salle a été bien simulée.

4- L'identification / simulation pas bandes de fréquences :

Nous avons testé les identifications / simulations par bandes de fréquences avec une segmentation sur 256 bandes; la première bande de fréquence débute de 1 Hz jusqu'à 32,25 Hz, la deuxième bande de 33,25 Hz jusqu'à 63,5 Hz, et ainsi de suite jusqu'à 8000 Hz (la moitié de la fréquence d'échantillonnage ou fréquence de Nyquist).

Comme ce fut déjà expliqué auparavant, plus le nombre de sous-bandes est élevé plus l'identification / simulation est plus précise. Dans nos tests, on s'est contenté de 256 bandes seulement, car le choix d'un nombre plus élevé de bandes implique de larges temps de calculs et de plus grandes capacités de mémoires.

On a appliqué le modèle basses fréquences pour les fréquences inférieures à environ 450 Hz, vu qu'après cette fréquence l'ordre du dénominateur de la FT à identifier devient très vite supérieur à 5000 (voir Eq. 2.15); On considère qu'après cette fréquence, le modèle basses fréquences n'est plus adéquat, commence alors le traitement hautes fréquences (*l'organigramme est fournit en page 55 de l'Annexe*).

On a utilisé en basses fréquences un ordre du numérateur égal à la moitié de l'ordre du dénominateur, en hautes fréquences on a estimé les variances par la méthode de l'enveloppe (Fig. 3.13), et on a simulé la réponse par le simulateur par calcul du gain (Fig. 3.16).

Les deux figures suivantes montrent la simulation par premier ordre et variance (Fig. 4.7), puis par second ordres (Fig. 4.8) du signal 1 (Fig. 4.1) :



<u>Fig. 4.7</u>



Les deux figures suivantes montrent la simulation par premier ordre et variance (Fig. 4.9), puis par seconds ordres (Fig. 4.10) du signal 2 (Fig. 4.2) :



Fig. 4.9



Nous remarquons que ce modèle offre des résultats beaucoup plus probants (notamment à l'oreille) que le modèle précédent (modèle ARMA à pôles acoustiques communs), mais à l'écoute, les signaux simulés par cette méthode ont le défaut de présenter un léger cliquetis (surtout ceux simulés par le premier ordre), que n'ont pas les signaux simulés par le modèle précédent.

Nous remarquons aussi que les signaux obtenus avec ce modèle nécessitent une amplification, et que les réverbérations ne sont presque pas simulées par ce modèle (surtout avec le premier ordre).

V)- Conclusion

En conclusion on peut dire que le modèle proposé par Y. Haneda, Y. Kaneda et S. Makino ne nous a pas semblé très convaincant et a donné d'assez mauvais résultats à l'oreille, faut-il aller jusqu'à des ordres beaucoup plus élevés ? Si c'est le cas alors les modèles deviendraient vraiment peu maniables et nécessiteraient de très longues procédures d'identification, il deviendrait alors quasiment inutilisable en régulation.

Le modèle que C. Févotte a proposé nous a procuré des résultats rapides (un atout indéniable en régulation), et beaucoup plus probants à l'oreille (surtout avec le modèle second ordre); même s'il reste à parfaire (réverbération non simulée, cliquetis, ...etc).

A la fin, on tient à préciser que ce travail nous a permit d'approcher le vaste domaine de l'acoustique des salles qui reste difficile à cerner complètement, donc ouvert à la recherche.

<u>Annexes :</u>

- Le laplacien :

Le laplacien est un opérateur qui agit soit sur des vecteurs pour donner des vecteurs, soit sur des fonctions scalaires pour donner des fonctions scalaires, il est défini symboliquement (en coordonnées cartésiennes) par :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \qquad \text{pour une fonction scalaire.}$$
$$\vec{\Delta} = \vec{i} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \vec{j} \cdot \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \vec{k} \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \qquad \text{pour un vecteur.}$$

- Soit F une fonction scalaire, son laplacien est la fonction scalaire :

$$\Delta F = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}$$

- Soit V un vecteur, son laplacien est le vecteur :

$$\overrightarrow{\Delta F} = \vec{i} \cdot \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \vec{j} \cdot \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \vec{k} \cdot \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2}$$

- Le gradient :

Le gradient est un opérateur vectoriel qui agi sur des fonctions scalaires, il est défini symboliquement (en coordonnées cartésiennes) par le vecteur :

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \cdot \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \cdot \frac{\partial}{\partial z}$$

- Soit *F* une fonction scalaire, son gradient est le vecteur : $\overrightarrow{grad}(F) = \overrightarrow{\nabla}F = \overrightarrow{i} \cdot \frac{\partial F}{\partial x} + \overrightarrow{j} \cdot \frac{\partial F}{\partial y} + \overrightarrow{k} \cdot \frac{\partial F}{\partial z}$

- Démonstration de la stabilité des pôles dans la méthode des MCO, quand Q = 0 :

Quand Q = 0, c'est-à-dire quand le numérateur de la FT est égale à 1, les différentes matrices et vecteurs deviennent **[P2]** :

$$\begin{split} e &= \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_M \end{bmatrix}, \quad e_J &= \begin{bmatrix} F_{ig}^{J}(0) \\ e_{ig}^{J}(1) \\ \vdots \\ e_{ig}^{J}(N+P) \end{bmatrix}, \text{ la dimension du vecteur } e \text{ est } [M.(N+P+1); 1]. \\ h &= \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_M \end{bmatrix}, \quad h_J &= \begin{bmatrix} h^{J}(0) \\ h^{J}(1) \\ \vdots \\ h^{J}(N+P) \end{bmatrix}, \text{ la dimension du vecteur } h \text{ est } [M.(N+P+1); 1]. \\ \end{bmatrix} \end{split}$$

Le vecteur des pôles (*a*) composant le vecteur solution X de l'équation (Eq. 3.8) devient :

$$a = \left[\sum_{J=1}^{M} (F_J^T . F_J)\right]^{-1} \cdot \left[\sum_{J=1}^{M} (F_J^T . h_J)\right]$$

- Les deux dernières matrices $(F_J^T.F_J)$ et $(F_J^T.h_J)$ peuvent s'écrire **[P2]** :

$$F_{J}^{T}.F_{J} = \begin{pmatrix} \phi^{J}(0) & \phi^{J}(1) & \cdots & \cdots & \phi^{J}(P-1) \\ \phi^{J}(1) & \phi^{J}(0) & \cdots & \cdots & \phi^{J}(P-2) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \phi^{J}(P-2) & \phi^{J}(P-3) & \cdots & \cdots & \phi^{J}(1) \\ \phi^{J}(P-1) & \phi^{J}(P-2) & \cdots & \cdots & \phi^{J}(0) \end{pmatrix}$$

$$F_{J}^{T}.h_{J} = \begin{pmatrix} \phi^{J}(1) \\ \phi^{J}(2) \\ \vdots \\ \phi^{J}(P) \end{pmatrix}$$

Avec
$$\phi^{J}(k) = \sum_{i=0}^{N-k} [h^{J}(i) \cdot h^{J}(i+k)]$$

Comme on peut le remarquer la matrice $\sum_{J=1}^{M} (F_J^T . F_J)$ est une matrice de Toeplitz positive, donc un filtre à minimum de phase, en conséquence le système est stable.

- Les transformées en cosinus discrètes :

- Soit x(n) un signal discret de longueur N ($n = 1 \rightarrow N$), sa DCT est définie par :

$$y(k) = \omega(k) \cdot \sum_{n=1}^{N} x(n) \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot (2 \cdot n - 1) \cdot (k - 1)}{2N}\right]$$

Avec $k = 1 \rightarrow M$ et $\omega(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}}, \text{ pour } k = 1\\ \sqrt{\frac{2}{N}}, \text{ pour } 2 \le k \le N \end{cases}$

- La DCT⁻¹ de y(k) est définie par :

$$x(n) = \sum_{k=1}^{N} \omega(k).y(k).\cos\left[\frac{\pi.(2.n-1).(k-1)}{2N}\right]$$

Avec $n = 1 \rightarrow N$ et $\omega(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}}, \text{ pour } k = 1\\ \sqrt{\frac{2}{N}}, \text{ pour } 2 \le k \le N \end{cases}$

- La transformée de Hilbert :

- Soit $\overline{x(t)}$ un signal analytique, défini par : $\overline{x(t)} = x(t) + j.xh(t)$, où :

x(t) : est la partie réelle de x(t), elle représente le signal réel.

xh(t) : est la partie imaginaire de x(t), elle représente la transformée de Hilbert de x(t),

$$xh(t) = Tr.H.\{x(t)\} = \frac{1}{\pi t} * x(t) = \frac{1}{\pi} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \right]$$

Le lecteur intéressé par les différentes propriétés de la Tr. H. est invité à consulter la bibliographie : **[L6]**.

- Définition d'un DAT :

Le DAT "*Digital Audio Tapes*" est un format d'enregistrement d'un signal stéréophonique sur les cassettes audio numériques de taille moitié que les K-7 audio "standards" (cassettes Philips).

L'échantillonnage se fait généralement sur 48 kHz pour un codage sur 16 bits, ou 44,1 kHz pour un codage sur 16 bits, ou 32 kHz pour un codage sur 12 bits. La conversion analogique-numérique (CAN) du signal se fait à l'aide de la PCM ("*Pulse Code Modulation*").

- Définition d'une salle anéchoïque :

Une chambre (semi) sourde ou (semi) anéchoïque est une salle dont toutes les parois (sauf le sol) ont été rendues très absorbantes aux ondes sonores grâce à des matériaux spécifiques et une géométrie particulière (par exemple des dièdres). Le phénomène de réverbération n'y est plus audible. Seul est entendu le bruit de la source sonore que l'on veut étudier.

Les parois de la chambre (semi) anéchoïque sont très épaisses et le sol très souvent posé sur une chape flottante. Ainsi, le niveau de bruit de fond y est très faible, ce qui permet d'étudier des sources sonores de faible puissance acoustique. - L'organigramme de l'identification par le modèle ARMA à pôles acoustiques communs :



- L'organigramme de l'identification / simulation par bandes de fréquences :





Biographies :

Carl Friedrich GAUSS :

Astronome, mathématicien et physicien allemand (Brunswick 1777 - Göttingen 1855).

À peine âgé de 16 ans, il mit au point une méthode, encore utilisée, pour déduire de mesures faites à partir d'un point terrestre les éléments de l'orbite d'une planète. Dans son traité sur la théorie des nombres : *Disquisitiones arithmeticae* (1801), il étudia les congruences, les formes quadratiques, la convergence des séries, etc. Outre la méthode des moindres carrés (1821), qu'il imagina en même temps que Legendre, la théorie des erreurs et une méthode générale pour les résolutions des équations binômes, on lui doit des recherches sur la représentation conforme, la courbure des surfaces, ... etc.

Bien qu'il n'ait jamais rien publié à ce sujet, Gauss fut le premier à découvrir la géométrie non euclidienne hyperbolique.

Il s'occupa aussi d'optique, d'astronomie (mouvement des corps célestes, ...), d'électricité et surtout de magnétisme, dont il formula la théorie mathématique dans sa : *Théorie générale du magnétisme terrestre* (1839).

Hermann Ludwig Ferdinand Von HELMHOLTZ :

Physicien et physiologiste allemand (Potsdam 1821 - Charlottenburg 1894).

En physiologie, il étudia principalement : la vue, l'ouie et le système nerveux; il inventa l'ophtalmoscope en 1850, et pendant cette même année il mesura la vitesse du l'influx nerveux.

En physique, il affirma que les phénomènes physiques ne sont que des changements de forme de l'énergie dans un mémoire de 1847, il introduisit la notion d'énergie potentielle et donna l'énoncé du principe de sa conservation. Il eut, en 1854, l'idée de faire appel à la contraction progressive du Soleil pour expliquer l'origine de son énergie.

En acoustique, il interpréta le timbre des sons par l'existence d'harmoniques superposés et imagina les résonateurs qui portent son nom, permettant de faire l'analyse et la synthèse des sons complexes.

David HILBERT :

Mathématicien allemand (Königsberg 1862 - Göttingen 1943).

Professeur à Königsberg (1892-1895), puis à Göttingen (1895-1929); il fut le chef incontesté de l'école mathématique allemande du début du XX^{éme} siècle. Ses travaux portent principalement : sur les invariants algébriques, dont il conçut une approche nouvelle et plus générale, qui permet, sinon de les calculer, du moins de démontrer leur existence; sur la théorie des nombres; sur les fondements de la géométrie, qu'il chercha à établir à partir d'objets qui satisfont à des relations exprimées par des axiomes; sur l'analyse dont il établit certains résultats qu'il appliqua ensuite à la physique.

Il fut l'un des fondateurs de la méthode axiomatique et de la théorie de la démonstration ou métamathématique.

Wallace Clement SABINE :

Physicien américain (1869-1919).

Professeur et chercheur à Harvard, spécialiste en acoustique architecturale, il énonça ses célèbres lois en 1898.

Il travailla comme conseiller technique en acoustique architecturale dans de nombreuses réalisations comme le célèbre *Boston Symphony Hall*.

Bibliographie :

- Livres :

- [L1]: Le Livre des techniques du son. (Tome 1, 3éme édition) Denis MERCIER Ed. Dunod (2002).
- [L2] : Acoustique industrielle et environnement. (Tome 1 : Acoustique physique et perceptive) *Pierre LIENARD & Paul FRANCOIS* Ed. Eyrolles (1983).
- [L3]: Cours d'Automatique. (Tome 3 : Commande par calculateur, Identification, 2éme édition) Maurice RIVOIRE & Jean-Louis FERRIER Ed. Chihab - Eyrolles (1994).
- [L4] : Identification des systèmes. Ioan D. LANDAU Ed. Hermès (1998).
- [L5] : Modélisation et identification en traitement du signal. Mohamed NAJIM Ed. Masson (1988).
- [L6] : Théorie et traitement des signaux. *F. de COULON* Ed. Dunod (1987).

- Mémoires :

[M1] : Acoustique des salles : Modélisation de l'environnement sonore. *Cédric FÉVOTTE* Rapport de DEA en Automatique et Informatique Appliquée (2000). École Centrale de Nantes (France).

[M2] : Étude et réalisation d'un système de mesures des réponses impulsionnelles acoustiques des salles. Mohamed DJENDI & Sofiane KERFI Rapport du PFE d'ingéniorat en électronique (1997). Université de Blida (Algérie).

[M3] : Sélection d'un banc optimal de filtres à partir d'une décomposition en paquets d'ondelettes.

Eric HITTI

Thèse de doctorat en Automatique et Informatique Appliquée (1999). École Centrale de Nantes (France).

- Publications :

- [P1]: Modeling of a Room Transfer Function Using Common Acoustical Poles. Y. Haneda, S. Makino et Y. Kaneda IEEE conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. 2, pp 213-216, 1992.
- [P2] : Common Acoustical Pole and Zero Modeling of Room Transfer Functions.

Y. Haneda, S. Makino et Y. Kaneda IEEE transactions on Speech and Audio Processing, vol. 2, no. 2, pp 320-328, 1994.

- [P3]: ARMA Modeling of a Room Transfer Function at Low Frequencies. Y. Haneda, S. Makino, Y. Kaneda et N. Koizumi Journal of Acoustic Society of Japan (E), vol. 15, no. 5, pp 353-355, 1994.
- [P4] : Interpolation and Extrapolation of a Room Transfer Function Based on Common Acoustical Poles and their Residues. Y. Haneda & Y. Kaneda IEEE workshop on Applications Signal Processing and Audio Acoustics, 1997.
- [P5]: Common-Acoustical-Pole and Residue Model and Its Application to Spatial Interpolation and Extrapolation of a Room Transfer Function. Y. Haneda, Y. Kaneda et N. Kitawaki IEEE transactions on Speech and Audio Processing, vol.7, no. 6, pp 709-717,1999.
- [P6] : Modeling the Acoustic Transfer Function of a Room. J. Pongsiri, P. Amin et C. Thompson University of Massachusetts, 2000.

- Divers sites Internet, comme :

http://perso.wanadoo.fr/xcotton/electron/coursetdocs.htm http://users.skynet.be/academie/acousti.htm www.epsic.ch/branches/electronique/techn99/acous/ www.serdb.com/gloss.html#